Roll Number .... Total No. of Printed Pages : 36

B.A./B.Sc. (Semester-III) Examination, 2024-25

(For Regular & NC) As per NEP 2020

MATHEMATICS

Paper Code : MAT-63T-1001 OMR Code : 47

(Real Analysis–I and Differential Equation–I)

Time : 3.00 Hours

Section – A For Reg./NC: 40/50 Marks

Section – B For Reg./NC: 40/50 Marks

Total Maximum Marks For Reg./NC : 80/100

Instructions for Students (छात्रों के लिए निर्देश)

Students are required to read the instructions carefully before starting solving the question paper.

छात्रों को प्रश्न पत्र हल करना शुरू करने से पहले सभी निर्देशों को ध्यान से पढ़ना आवश्यक है।

Section – A (खण्ड - अ)

1. Do not open the question booklet until you are asked to do so.	**1.** इस प्रश्न पुस्तिका को तब तक न खोलें जब तक कहा न जाए।
2. There are 50 Multiple Choice Questions (MCQ) in the question booklet. All 50 questions are mandatory to solve.	**2.** प्रश्न पुस्तिका में 50 प्रश्न (MCQ) हैं। सभी 50 प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
3. Each question carries 0.80 mark for Regular student and 1 marks for NC student.	**3.** प्रत्येक प्रश्न नियमित विद्यार्थियों के लिए 0.80 अंक का तथा स्वयंपाठी विद्यार्थियों के लिए 1 अंक का है।
4 There are four options for each questions. Fill the correct option in the OMR sheet.	**4.** प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प हैं। सही विकल्प ओ एम आर शीट में भरें।
5. Student have to darken only one circle (bubble) indicating the correct answer on the OMR Sheet. The circles on the OMR are to be darkened properly with black/ blue ball pen only.	**5.** छात्र को सही उत्तर निर्दिष्ट करते हुए एक गोले (बबल) को ओ.एम.आर. शीट में गहरा करना है। ओ.एम.आर. पर बने गोले को केवल काले/नीले बॉल पैन से ही काला करना होगा।
6. Fill in all the information (i.e. Roll No. etc.) or both OMR sheet and question booklet before starting the question paper.	**6.** प्रश्न पत्र शुरू करने से पहले ओ.एम.आर. शीट और प्रश्न पुस्तिका दोनों पर सभी जानकारी (यानि रोल नंबर आदि) भरें।
7. Submit OMR to the invigilator after completion of examination.	**7.** परीक्षा अवधि पूरी होने पर ओ.एम.आर. पर्यवेक्षक के पास जमा करवायें।
8. Student can leave examination hall only after completion of examination.	**8.** छात्र परीक्षा अवधि पूर्ण होने के पश्चात् ही परीक्षा कक्ष छोड़ सकता है।

1. The sequence $\{(-1)^n\}$ is :

(a) bounded but not convergent

(b) convergent but not bounded

(c) monotonically increasing

(d) monotonically decreasing

2. The sequence $\left\{\frac{2n-7}{3n+2}, n\varepsilon N\right\}$ is :

(a) Monotonically increasing and unbounded from above

(b) Monotonically decreasing and unbounded from below

(c) Monotonically increasing and bounded

(d) Monotically decreasing and bounded

3. Sequence $\{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\}\,\forall\, n\varepsilon N$, is :

(a) Convergent

(b) Divergent

(c) Unbounded

(d) None of these

4. The function $f\colon R \to R$ defined by :

$f(x)=\begin{cases}1, x\varepsilon Q\\ 0, x\varepsilon\ R-Q\end{cases}$ then

(a) f is continuous for each R

(b) f is continuous for each R – Q

(c) f is discontinuous for each R

(d) f is continuous for each N

1. अनुक्रम $\{(-1)^n\}$ है–

(a) परिबद्ध परन्तु अभिसारी नहीं

(b) अभिसारी परन्तु परिबद्ध नहीं

(c) एकदिष्ट वर्धमान

(d) एकदिष्ट ह्रासमान

2. अनुक्रम $\left\{\frac{2n-7}{3n+2}, n\varepsilon N\right\}$ है–

(a) एकदिष्ट वर्धमान एवं ऊपर से अपरिबद्ध

(b) एकदिष्ट ह्रासमान एवं नीचे से अपरिबद्ध

(c) एकदिष्ट वर्धमान एवं परिबद्ध

(d) एकदिष्ट ह्रासमान एवं परिबद्ध

3. अनुक्रम $\{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\}\,\forall\, n\varepsilon N$ है–

(a) अभिसारी

(b) अपसारी

(c) अपरिबद्ध

(d) इनमें से कोई नहीं

4. फलन $f\colon R \to R$ $f(x)=\begin{cases}1, x\varepsilon Q\\ 0, x\varepsilon\ R-Q\end{cases}$ से परिभाषित है, तो–

(a) R के प्रत्येक बिन्दु पर f संतत फलन है।

(b) R–Q के प्रत्येक बिन्दु पर f संतत फलन है।

(c) R के प्रत्येक बिन्दु पर f असंतत फलन है।

(d) N के प्रत्येक बिन्दु पर f संतत फलन है।

5. Let $f{:}[0,1] \to R$ is continuous on the internal [0, 1] and f assumes only rational values. If $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$, then for all $x \varepsilon [0,1], f(x)$ is equal to :

(a) x

(b) 0

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $\frac{1}{4}$

6. Let f be a real valued continuous function defined on the closed interval $[a,b]$. If $m = \text{Inf}\ \{f(x) : x \varepsilon [a,b]\}$ then :

(a) $f(x) \neq m\ \forall\ x \varepsilon\ [a,b]$

(b) $f(x) > m\ \forall\ x \varepsilon\ [a,b]$

(c) $f(x) < m\ \forall\ x \varepsilon\ [a,b]$

(d) $\exists\ c \varepsilon\ [a,b]$ s.t. $f(c) = m$

7. The order of D.E. $\left(\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)}\right)$ is :

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

8. The degree of the D.E. $\frac{d^2y}{dx^2} + \left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2} = 0$ is :

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

5. माना कि $f{:}[0,1] \to R$ अन्तराल [0, 1] पर संतत फलन है तथा यह केवल परिमेय मानों को ग्रहण करता है। यदि $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$ तो सभी $x \varepsilon [0,1]$ के लिए $f(x)$ बराबर होगा—

(a) x

(b) 0

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $\frac{1}{4}$

6. माना कि संवृत अन्तराल $[a,b]$ पर f एक वास्तविक मानीय संतत फलन है। यदि $m = \text{Inf}\ \{f(x) : x \varepsilon [a,b]\}$ हो, तो—

(a) $f(x) \neq m\ \forall\ x \varepsilon\ [a,b]$

(b) $f(x) > m\ \forall\ x \varepsilon\ [a,b]$

(c) $f(x) < m\ \forall\ x \varepsilon\ [a,b]$

(d) $\exists\ c \varepsilon\ [a,b]$ ताकि $f(c) = m$

7. अवकलन समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)}\right)$ की कोटि है—

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

8. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2} = 0$ की घात है—

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

9. The integrating factor for the D.E. $\frac{dy}{dx}+(\cot x)\,y=x$

(a) $\tan x$

(b) $\cot x$

(c) $\cos x$

(d) $\sin x$

10. Solution of D.E.
$(D^3-6D^2+11D-6)\,y=0$ is :

(a) $y=C_1e^{x}+C_2e^{2x}+C_3e^{3x}$

(b) $y=C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}+C_3e^{-3x}$

(c) $y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x}+C_3e^{3x}$

(d) None of these

11. The particular integral of D. Equ^{n}. $(D^2-5D+6)\,y=5^x,\left(D\equiv\frac{d}{dx}\right)$

(a) $5^x\log_{e^5}$

(b) $\frac{5^x}{2\log_e}$

(c) $\frac{5^x}{3\log_e}$

(d) $\frac{5^x}{\log_{e^{\frac{5}{e^2}}}.\log_{e^{\frac{5}{e^3}}}}$

12. The complementary function of the D.E. $x^3\frac{d^2y}{dx^2}-2x^2\frac{dy}{dx}+2xy=1$ is :

(a) $C_1e^{x}+C_2e^{2x}$

(b) $C_1x+C_2x^2$

(c) $C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}$

(d) $\frac{C_1}{x}+\frac{C_2}{x^2}$

9. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+(\cot x)\,y=x$ का समाकल गुणांक है—

(a) $\tan x$

(b) $\cot x$

(c) $\cos x$

(d) $\sin x$

10. अवकल समीकरण
$(D^3-6D^2+11D-6)\,y=0$ का हल है—

(a) $y=C_1e^{x}+C_2e^{2x}+C_3e^{3x}$

(b) $y=C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}+C_3e^{-3x}$

(c) $y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x}+C_3e^{3x}$

(d) इनमें से कोई नहीं

11. अवकल समीकरण $(D^2-5D+6)\,y=5^x$, $\left(D\equiv\frac{d}{dx}\right)$ का विशिष्ट समाकलन है—

(a) $5^x\log_{e^5}$

(b) $\frac{5^x}{2\log_e}$

(c) $\frac{5^x}{3\log_e}$

(d) $\frac{5^x}{\log_{e^{\frac{5}{e^2}}}.\log_{e^{\frac{5}{e^3}}}}$

12. अवकल समीकरण
$x^3\frac{d^2y}{dx^2}-2x^2\frac{dy}{dx}+2xy=1$ का पूरक फलन है—

(a) $C_1e^{x}+C_2e^{2x}$

(b) $C_1x+C_2x^2$

(c) $C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}$

(d) $\frac{C_1}{x}+\frac{C_2}{x^2}$

13. The particular integral of D.E. $\frac{d^2y}{dx^2} - a^2y = \sin ax$ is :

(a) $\frac{x}{2a}\cos ax$

(b) $-\frac{ax}{2}\cos ax$

(c) $\frac{ax}{2}\cos ax$

(d) $-\frac{x}{2a}\cos ax$

14. The solution of D.E. $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = e^x$ is :

(a) $C_1e^x + C_2e^{-2x} + \frac{1}{3}xe^x$

(b) $C_1e^x + C_2e^{-2x} + \frac{1}{2}e^x$

(c) $C_1e^x + C_2e^{-2x} + \frac{1}{6}x^2e^x$

(d) $C_1e^x + C_2e^{-2x} + \frac{1}{2}x^2e^x$

15. The solution of $p = \tan(px - y)$ is :

(a) $x = cy + \tan^{-1} c$

(b) $y = cx + \tan^{-1} c$

(c) $y = cx - \tan^{-1} c$

(d) $xy = \tan c$

16. The solution of D.E. $y = px + \log p$ is :

(a) $y = cx + \log c$

(b) $y = cx^2 + \log c$

(c) $y^2 = cx + \log c$

(d) $y^2 = cx^2 + \log c$

13. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - a^2y = \sin ax$ का विशिष्ट समाकल है—

(a) $\frac{x}{2a}\cos ax$

(b) $-\frac{ax}{2}\cos ax$

(c) $\frac{ax}{2}\cos ax$

(d) $-\frac{x}{2a}\cos ax$

14. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = e^x$ का हल है—

(a) $C_1e^x + C_2e^{-2x} + \frac{1}{3}xe^x$

(b) $C_1e^x + C_2e^{-2x} + \frac{1}{2}e^x$

(c) $C_1e^x + C_2e^{-2x} + \frac{1}{6}x^2e^x$

(d) $C_1e^x + C_2e^{-2x} + \frac{1}{2}x^2e^x$

15. $p = \tan(px - y)$ का हल है—

(a) $x = cy + \tan^{-1} c$

(b) $y = cx + \tan^{-1} c$

(c) $y = cx - \tan^{-1} c$

(d) $xy = \tan c$

16. अवकल समीकरण $y = px + \log p$ का हल है—

(a) $y = cx + \log c$

(b) $y = cx^2 + \log c$

(c) $y^2 = cx + \log c$

(d) $y^2 = cx^2 + \log c$

17. The general solution of D.E. $p^2 - 5p + 6 = 0$ is :

(a) $(y - 3x - C_1)(y - 2x - C_2) = 0$

(b) $(3x + y - C_1)(2y + x - C_2) = 0$

(c) $(y + 3x - C_1)(y + 2x - C_2) = 0$

(d) $(y - x - C_1)(y + x - C_2) = 0$

18. Solution of $y - 2xp + ayp^2 = 0$ is :

(a) $y^2 = 4xc + ac^2$

(b) $y^2 = 4xc - ac^2$

(c) $y^2 = xc + \frac{1}{4}ac^2$

(d) $y^2 = xc - \left(\frac{1}{4}\right)ac^2$

19. Solution of D.E. $y = 2px + y^2p^3$ is :

(a) $y = 2cx + c^3$

(b) $y^2 = 2cx + c^3$

(c) $x^2 = 2cy + c^3$

(d) None of these

20. Complementary function of D.E.

$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$ is :

(a) $\frac{C_1}{x} + \frac{C_2}{x^2}$

(b) $C_1x + C_2x^2$

(c) $C_1e^x + C_2e^{x^2}$

(d) None of these

17. अवकल समीकरण $p^2 - 5p + 6 = 0$ का हल है—

(a) $(y - 3x - C_1)(y - 2x - C_2) = 0$

(b) $(3x + y - C_1)(2y + x - C_2) = 0$

(c) $(y + 3x - C_1)(y + 2x - C_2) = 0$

(d) $(y - x - C_1)(y + x - C_2) = 0$

18. अवकल समीकरण $y - 2xp + ayp^2 = 0$ का हल है—

(a) $y^2 = 4xc + ac^2$

(b) $y^2 = 4xc - ac^2$

(c) $y^2 = xc + \frac{1}{4}ac^2$

(d) $y^2 = xc - \left(\frac{1}{4}\right)ac^2$

19. अवकल समीकरण $y = 2px + y^2p^3$ का हल है—

(a) $y = 2cx + c^3$

(b) $y^2 = 2cx + c^3$

(c) $x^2 = 2cy + c^3$

(a) इनमें से कोई नहीं

20. अवकल समीकरण

$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$ का पूरक हल है—

(a) $\frac{C_1}{x} + \frac{C_2}{x^2}$

(b) $C_1x + C_2x^2$

(c) $C_1e^x + C_2e^{x^2}$

(d) इनमें से कोई नहीं

21. Particular Integral of D.E.

$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} = \log x$ is :

(a) $\log x - x$

(b) $\frac{1}{2}(\log x)^2 - \log x$

(c) $x^2 + \log x$

(d) None of these

22. Differenttial equation $xdy - ydx$ represents a :

(a) Rectangular hyperbola

(b) Line passing through origin

(c) Parabola

(d) Circle

23. The differential equation of all lines in the *xy*–plane is :

(a) $\frac{dy}{dx} - x = 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

(d) $\frac{d^2y}{dx^2} + x = 0$

21. अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} = \log x$ का विशिष्ट समाकल है—

(a) $\log x - x$

(b) $\frac{1}{2}(\log x)^2 - \log x$

(c) $x^2 + \log x$

(d) इनमें से कोई नहीं

22. अवकल समीकरण $xdy - ydx$ निरुपित करती है—

(a) समकोणीय अतिपरवलय

(b) मूल बिन्दु से जाने वाली रेखा

(c) परवलय

(d) वृत्त

23. *xy*—समतल में स्थित सभी रेखाओं का अवकल समीकरण है—

(a) $\frac{dy}{dx} - x = 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

(d) $\frac{d^2y}{dx^2} + x = 0$

24. The necessary and sufficient condition that the D.E. $M+N\frac{dy}{dx}=0$ is exact is :

(a) $\frac{\partial M}{\partial x}=\frac{\partial N}{\partial y}$

(b) $\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x}$

(c) $\frac{\partial M}{\partial x}\cdot\frac{\partial N}{\partial y}=1$

(d) $\frac{\partial M}{\partial y}\cdot\frac{\partial N}{\partial x}=1$

25. General solution of D.E. $xdx+ydy=0$ is :

(a) $xy=c$

(b) $x+y=c$

(c) $x^2+y^2=c$

(d) None of these

26. The D.E. $(x+x^3+ay^2)\,dx+(y^3-y+bxy)dy=0$ is exact if :

(a) $b=2a$

(b) $b=a$

(c) $b<2a$

(d) $b=3, a=1$

27. C.F. of D.E. $(D^2+1)y=x^2\sin x$ is :

(a) $C_1\cos x+C_2\sin x$

(b) $C_1\cos x-C_2\sin x$

(c) $C_1\cosh x+C_2\sinh x$

(d) None of these

24. अवकल समीकरण $M+N\frac{dy}{dx}=0$ के यथातथ होने की आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त है—

(a) $\frac{\partial M}{\partial x}=\frac{\partial N}{\partial y}$

(b) $\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x}$

(c) $\frac{\partial M}{\partial x}\cdot\frac{\partial N}{\partial y}=1$

(d) $\frac{\partial M}{\partial y}\cdot\frac{\partial N}{\partial x}=1$

25. अवकल समीकरण $xdx+ydy=0$ का व्यापक हल है—

(a) $xy=c$

(b) $x+y=c$

(c) $x^2+y^2=c$

(d) इनमें से कोई नहीं

26. अवकल समीकरण $(x+x^3+ay^2)\,dx+(y^3-y+bxy)dy=0$ के यथातथ होगी यदि—

(a) $b=2a$

(b) $b=a$

(c) $b<2a$

(d) $b=3, a=1$

27. अवकल समीकरण $(D^2+1)y=x^2\sin x$ का पूरक फलन है—

(a) $C_1\cos x+C_2\sin x$

(b) $C_1\cos x-C_2\sin x$

(c) $C_1\cosh x+C_2\sinh x$

(d) इनमें से कोई नहीं

28. Auxiliary equation for D.E. $(D^3 + 3D^2 + 2D)\,y = x^2$ is :

(a) $3m^2 + 2m = 0$

(b) $m^3 + 3m^2 + 2m = 0$

(c) $m^3 - m^2 + m = 0$

(d) None of these

29. Roots of Auxiliary equation of D.E. $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$ are :

(a) 1, 2

(b) –1, 2

(c) 1, –2

(d) –1, –2

30. D.E. of $x = A\cos(nt + \alpha)$ is given by :

(a) $\frac{dx}{dt} + nx = 0$

(b) $\frac{d^2x}{dt^2} + n^2x = 0$

(c) $\frac{dx}{dt} + n^2x = 0$

(d) None of these

31. A set S is nbd of a point x if there exist a positive integer n s.t. :

(a) $\left(x - \frac{1}{n}, x + \frac{1}{n}\right) \subset S$

(b) $(x - n, x + n) \subset S$

(c) $\left(x + \frac{1}{n}, x + n\right) \subset S$

(d) None of these

28. अवकल समीकरण $(D^3 + 3D^2 + 2D)\,y = x^2$ की सहायक समीकरण है—

(a) $3m^2 + 2m = 0$

(b) $m^3 + 3m^2 + 2m = 0$

(c) $m^3 - m^2 + m = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

29. अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$ की सहायक समीकरण के मूल हैं—

(a) 1, 2

(b) –1, 2

(c) 1, –2

(d) –1, –2

30. $x = A\cos(nt + \alpha)$ की अवकल समीकरण है—

(a) $\frac{dx}{dt} + nx = 0$

(b) $\frac{d^2x}{dt^2} + n^2x = 0$

(c) $\frac{dx}{dt} + n^2x = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

31. समुच्चय S किसी बिन्दु x का nbd में प्रतिवेश होगा यदि एक धनात्मक पूर्णांक n इस प्रकार हो कि—

(a) $\left(x - \frac{1}{n}, x + \frac{1}{n}\right) \subset S$

(b) $(x - n, x + n) \subset S$

(c) $\left(x + \frac{1}{n}, x + n\right) \subset S$

(d) इनमें से कोई नहीं

32. The Derived set of $S=\left\{\frac{1}{n}, n\varepsilon N\right\}$ is :

(a) $S'=\{1\}$

(b) $S'=\{0\}$

(c) $S'=\{\infty\}$

(d) None of these

33. Closure of a set is always a _____ .

(a) closed set

(b) open set

(c) empty set

(d) none of these

34. The derived set of a set is ______ .

(a) open set

(b) empty set

(c) closed set

(d) none of these

35. Every finite set is ______ .

(a) closed set

(b) compact set

(c) open set

(d) none of these

36. The Bolzano-Weierstrass theorem can be applied to which of the following set?

(a) Z^+

(b) Bounded finite subset of Q

(c) $\left\{1+\frac{1}{n}; n\varepsilon N\right\}$

(d) None of these

32. $S=\left\{\frac{1}{n}, n\varepsilon N\right\}$ का व्युत्पन्न समुच्चय है—

(a) $S'=\{1\}$

(b) $S'=\{0\}$

(c) $S'=\{\infty\}$

(d) इनमें से कोई नहीं

33. किसी समुच्चय का संवरक सदैव एक .... होता है।

(a) संवृत समुच्चय

(b) विवृत समुच्चय

(c) रिक्त समुच्चय

(d) इनमें से कोई नहीं

34. समुच्चय का व्युत्पन्न समुच्चय एक .... होता है।

(a) विवृत समुच्चय

(b) रिक्त समुच्चय

(c) संवृत समुच्चय

(d) इनमें से कोई नहीं

35. प्रत्येक परिमित समुच्चय .... होता है।

(a) संवृत समुच्चय

(b) संहत समुच्चय

(c) विवृत समुच्चय

(d) इनमें से कोई नहीं

36. बॉलजनो-वायस्ट्रास प्रमेय निम्न में से किस समुच्चय के लिए प्रयुक्त की जा सकती है?

(a) Z^+

(b) Q का कोई परिबद्ध सीमित उपसमुच्चय

(c) $\left\{1+\frac{1}{n}; n\varepsilon N\right\}$

(d) इनमें से कोई नहीं

37. Both open and closed are :

(a) R, ϕ

(b) N, R

(c) R, Z

(d) None of these

37. वे समुच्चय जो विवृत एवं संवृत दोनों हैं–

(a) R, ϕ

(b) N, R

(c) R, Z

(d) इनमें से कोई नहीं

38. Which of the follwing set is compact?

(a) (a,b)

(b) $[a,b]$

(c) R^+

(d) None of these

38. निम्न में से कौन–सा संहत समुच्चय है?

(a) (a,b)

(b) $[a,b]$

(c) R^+

(d) इनमें से कोई नहीं

39. Which of the following is a connected set?

(a) Q

(b) R – {0}

(c) R

(d) None of these

39. निम्न में से कौन–सा सम्बद्ध समुच्चय है?

(a) Q

(b) R – {0}

(c) R

(d) इनमें से कोई नहीं

40. The union of two countable set is a ____ .

(a) countable set

(b) compact set

(c) empty set

(d) none of these

40. दो गणनीय समुच्चयों का संघ एक .... होता है।

(a) गणनीय समुच्चय

(b) संहत समुच्चय

(c) रिक्त समुच्चय

(d) इनमें से कोई नहीं

41. The set Z^+ of all non-negative integers is a _____ .

(a) compact set

(b) countable set

(c) empty set

(d) none of these

41. सभी अऋणात्मक पूर्णांकों का समुच्चय Z^+ होता है।

(a) संहत समुच्चय

(b) गणनीय समुच्चय

(c) रिक्त समुच्चय

(d) इनमें से कोई नहीं

42. The product of two countable set is again_______ .

(a) non-countable set

(b) countable set

(c) empty set

(d) none of these

42. दो गणनीय समुच्चयों का गुणन .... होता है।

(a) अगणनीय समुच्चय

(b) गणनीय समुच्चय

(c) रिक्त समुच्चय

(d) इनमें से कोई नहीं

43. A subset of countable set is _____ .

(a) compact set

(b) non-countable set

(c) countable set

(d) none of these

43. एक गणनीय समुच्चय का उपसमुच्चय .... होता है।

(a) संहत समुच्चय

(b) अगणनीय समुच्चय

(c) गणनीय समुच्चय

(d) इनमें से कोई नहीं

44. Every convergent sequence is _____ .

(a) convergent

(b) divergent

(c) unbounded

(d) bounded

44. प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम .... होती है।

(a) अभिसारी

(b) अपसारी

(c) अपरिबद्ध

(d) परिबद्ध

45. $\lim\limits_{n \to \infty}\left(\frac{x_n}{y_n}\right) = ?$

(Given $\underset{n\to\infty}{\alpha t}\ x_n = l,\ \underset{n\to\infty}{\alpha t}\ y_n = l'$)

(a) $l + l'$

(b) $l - l'$

(c) l/l'

(d) ll'

45. $\lim\limits_{n \to \infty}\left(\frac{x_n}{y_n}\right) = ?$

(दिया है $\underset{n\to\infty}{\alpha t}\ x_n = l,\ \underset{n\to\infty}{\alpha t}\ y_n = l'$)

(a) $l + l'$

(b) $l - l'$

(c) l/l'

(d) ll'

46. Sequence $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$ converges to _____ .

(a) 0

(b) 1

(c) ∞

(d) None of these

46. अनुक्रम $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$ अभिसृत होती है ....

(a) 0

(b) 1

(c) ∞

(d) इनमें से कोई नहीं

47. Sequence $\left\{\frac{3n}{n+5\sqrt{n}}; n \varepsilon N\right\}$ converges to :

(a) 0

(b) $\frac{3}{5}$

(c) 1

(d) 3

47. अनुक्रम $\left\{\frac{3n}{n+5\sqrt{n}}; n \varepsilon N\right\}$ अभिसृत होती है—

(a) 0

(b) $\frac{3}{5}$

(c) 1

(d) 3

48. Sequence $\left\{\frac{3+2\sqrt{n}}{\sqrt{n}}\right\}$ converges to :

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) None of these

48. अनुक्रम $\left\{\frac{3+2\sqrt{n}}{\sqrt{n}}\right\}$ अभिसृत होती है—

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) इनमें से कोई नहीं

49. Which of the following is a Cauchy sequence?

(a) $\left\{\frac{1}{n}\right\}$

(b) $\left\{(-1)^n\right\}$

(c) $\{n\}$

(d) $\{n^2\}$

49. निम्न में से कौन-सा कौशी अनुक्रम है?

(a) $\left\{\frac{1}{n}\right\}$

(b) $\left\{(-1)^n\right\}$

(c) $\{n\}$

(d) $\{n^2\}$

50. Which of the following sequence is convergent?

(a) $\{1+(-1)^n\}$

(b) $\left\{(-1)^n + \frac{1}{n}\right\}$

(c) $\left\{(-1)^n - \frac{1}{n}\right\}$

(d) $\left\{1+\frac{(-1)^n}{n}\right\}$

50. निम्न में से कौन-सा अनुक्रम अभिसारी है?

(a) $\{1+(-1)^n\}$

(b) $\left\{(-1)^n + \frac{1}{n}\right\}$

(c) $\left\{(-1)^n - \frac{1}{n}\right\}$

(d) $\left\{1+\frac{(-1)^n}{n}\right\}$

B.A./B.Sc. (Semester-III) Examination, 2024-25

(For Regular & NC)

MATHEMATICS

Paper Code : MAT-63T-1001

Real Analysis-I and Differential Equations-I

Section – B (खण्ड – ब)

GENERAL INSTRUCTIONS (सामान्य निर्देश)

(i) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidate should write the answer precisely in the Main answer-book only.
किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर–पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अत: परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर–पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों का उत्तर लिखें।

(ii) In Section - B there are 4 questions the candidates are required to attempt all questions, each question carries 10 marks for regular students and 12.5 marks for non-collegiate students.
खण्ड–ब में कुल 4 प्रश्न हैं परीक्षार्थी को सभी प्रश्न करने हैं। प्रत्येक प्रश्न नियमित परीक्षार्थी के लिए 10 अंक का है एवं स्वयंपाठी परीक्षार्थी के लिए 12.5 अंक का है।

(iii) Make sure that your question booklet has all the 50 questions in Section - A and 4 questions in Section-B. Defection Booklet can be changed within 10 minutes.
प्रश्न–पुस्तिका में सभी खण्ड–अ में 50 प्रश्न एवं खण्ड–ब में 4 प्रश्न छपे हैं, इसकी जाँच कीजिए। त्रुटिपूर्ण पुस्तिका को 10 मिनट में बदलवाया जा सकता है।

(iv) If there is any difference in English and Hindi version, the English version will be considered authentic.
यदि प्रश्न के हिन्दी एवं अंग्रेजी रूपान्तरण में कोई अन्तर हो तो अंग्रेजी रूपान्तरण को ही सही माना जाये।

Section – B (खण्ड – ब)

1. (a) Prove that the intersection of two *nbd* of a point is also *nbd* of that point. 5 / 6.25

सिद्ध कीजिए एक बिन्दु के दो प्रतिवेशों का सर्वनिष्ठ भी उसी बिन्दु का प्रतिवेश होता है।

(b) Prove that union of an arbitrary collection of open sets is again open set. 5 / 6.25

सिद्ध कीजिए कि विवृत समुच्चयों के प्रत्येक समुदाय का संघ भी एक विवृत समुच्चय होता है।

Or/अथवा

(a) Prove that finite union of closed sets is again a closed set. 5 / 6.25

सिद्ध कीजिए कि परिमित संवृत समुच्चयों का संघ संवृत समुच्चय होता है।

(b) Prove that a set $S \subset R$ is closed iff $S = \overline{S}$. 5 / 6.25

सिद्ध कीजिए कि एक समुच्चय $S \subset R$ संवृत समुच्चय होता है यदि केवल $S = \overline{S}$.

2. (a) Using the definition of limit of a sequence prove that sequence $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$ converges to O. 5 / 6.25

अनुक्रम की सीमा की परिभाषा का उपयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$, O को अभिसृत होती है।

(b) Prove that the sequence $\{x_n\}$ where $x_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}, \forall\, n \varepsilon N$ is convergent and converges to O. 5 / 6.25

सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\{x_n\}$ जहाँ $x_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}, \forall\, n \varepsilon N$ अभिसारी है तथा O को अभिसृत होती है।

Or/अथवा

(a) Using definition prove that $\lim\limits_{x \to a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = 2a$. 5 / 6.25

परिभाषा का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए– $\lim\limits_{x \to a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = 2a$

(b) Examine for continuity of the following function at $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{xe^{yx}}{1+e^{yx}} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$ 5 / 6.25

निम्न फलन की $x=0$ पर सांतत्यता की जाँच कीजिए– $f(x)=\begin{cases}\dfrac{xe^{yx}}{1+e^{yx}} & , \quad x\neq 0\\ 0 & , \quad x=0\end{cases}$

3. (a) Solve : $\dfrac{dy}{dx}=e^{x-y}+x^2e^{-y}$ 5 / 6.25

हल कीजिए– $\dfrac{dy}{dx}=e^{x-y}+x^2e^{-y}$

(b) Sove : $\sec x\dfrac{dy}{dx}=y+\sin x$ 5 / 6.25

हल कीजिए– $\sec x\dfrac{dy}{dx}=y+\sin x$

Or/अथवा

(a) Solve : $(x^2-ay)dx+(y^2-ax)dy=0$ 5 / 6.25

हल कीजिए– $(x^2-ay)dx+(y^2-ax)dy=0$

(b) Solve : $y=2xp+p^2y$ 5 / 6.25

हल कीजिए– $y=2xp+p^2y$

4. (a) Solve : $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-x\dfrac{dy}{dx}+2y=x\log x$ 5 / 6.25

हल कीजिए– $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-x\dfrac{dy}{dx}+2y=x\log x$

(b) Solve : $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-(x^2+2x)\dfrac{dy}{dx}+(x+2)y=x^3e^x$ 5 / 6.25

हल कीजिए– $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-(x^2+2x)\dfrac{dy}{dx}+(x+2)y=x^3e^x$

Or/अथवा

(a) Solve : $(2x^3-a)\dfrac{d^2y}{dx^2}-6x^2\dfrac{dy}{dx}+6xy=0$ 5 / 6.25

हल कीजिए– $(2x^3-a)\dfrac{d^2y}{dx^2}-6x^2\dfrac{dy}{dx}+6xy=0$

(b) Solve : $\dfrac{d^2y}{dx^2}-4x\dfrac{dy}{dx}+(4x^2-1)y=-3e^{x^2}(\sin 2x)$ 5 / 6.25

हल कीजिए– $\dfrac{d^2y}{dx^2}-4x\dfrac{dy}{dx}+(4x^2-1)y=-3e^{x^2}(\sin 2x)$